

*What do you call a tea party
with more than 30 people?
A Z party!!!*

TESTE PARAMETRICE

Sorana D. Bolboacă

Despre ...

Test parametric vs. test neparametric

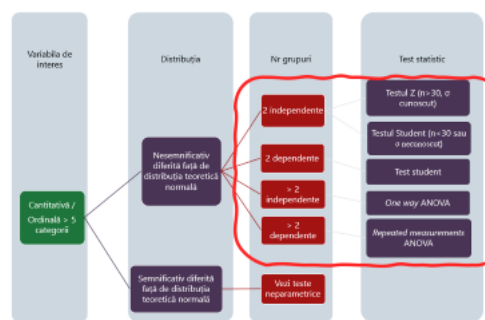
Variabila de interes = cantitativă

Variabila de grupare = calitativă nominală

Distribuția datelor **NU** e semnificativ diferită de distribuția teoretică normală (test de distribuție: $p > 0,05$)

Distribuția datelor e semnificativ diferită de distribuția teoretică normală ($p < 0,05$)

	Parametric	Neparametric
Distribuția	Normală	Oricare
Varianța	Omogenă	Oricare
Scala de măsură	Rație / Interval	Oricare
Indicator de centralitate	Media	Mediana
Indicator de dispersie	Deviația standard	[Q1 - Q3]



Obiective educaționale

Testarea mediilor pe două grupuri



Grupuri dependente

$$n_1 = n_2$$



Grupuri independente

$$n_1 \neq n_2 \text{ sau } n_1 = n_2$$

Testarea mediilor pe mai mult de două grupuri



Grupuri dependente

$$n_1 = n_2 = n_3$$



Grupuri independente

$$n_1 \neq n_2 \neq n_3 \text{ sau orice alternativă}$$

Test Student grupuri dependente (coloane) și independente

Table 2: The values of blood pressures and heart rates prior to and after the treatment with metoprolol and nebivolol in the study

	Total (n = 60)	Metoprolol (n = 30)	Nebivolol (n = 30)	P value
Systolic blood pressure (mm/Hg)				
Before	132.1 ± 4.9	131.3 ± 3.6	132.8 ± 5.9	0.27**
After	136.4 ± 10.9	134.9 ± 10.5	137.8 ± 11.3	0.3**
P value	<0.001*	<0.001*	<0.001*	
Diastolic blood pressure (mm/Hg)				
Before	91.7 ± 3.9	91.1 ± 3.7	92.3 ± 4.1	0.25**
After	82.6 ± 7.1	82.4 ± 6.7	82.7 ± 7.3	0.87**
P value	<0.001*	<0.001*	<0.001*	
Heart rate (pulse/min)				
Before	75.7 ± 5.7	75.2 ± 5.7	76.2 ± 5.7	0.5**
After	70.2 ± 5.4	70.3 ± 5.8	70.1 ± 5.1	0.87**
P value	<0.001*	<0.001*	<0.001*	
Achieved targeted blood pressure (n, %)	37 (61.6)	19 (63.3)	18 (60)	0.5**

* Paired t-test; ** independent samples t-test; *** chi-square test.

<http://www.hindawi.com/journal/tesw/2013/608662/2013/>

IMPORTANT

Compararea mediilor se face doar în cazul variabilelor cantitative sau calitative ordinale cu clase multiple ce urmează o distribuție aproximativ normală.

Testul Z sau t se utilizează pentru a compara două grupuri.

Dacă grupurile sunt independente, înaintea comparării mediilor trebuie să testăm varianțele.

Nu testăm varianțele dacă eșantioanele/grupurile sunt dependente/perechi.

Utilizăm testul ANOVA pentru a compara mai mult de două eșantioane/grupuri fiecare cu date normal distribuite.

Test parametric vs. test neparametric

Variabila de interes = cantitativă

Variabila de grupare = calitativă nominală

Distribuția datelor **NU** e semnificativ
diferită de distribuția teoretică normală
(test de distribuție: $p > 0,05$)

Distribuția datelor e semnificativ
diferită de distribuția teoretică normală
($p < 0,05$)


	Parametric	Neparametric
Distribuția	Normală	Oricare
Varianța	Omogene	Oricare
Scala de măsură	Rație / Interval	Oricare
Indicator de centralitate	Media	Mediana
Indicator de dispersie	Deviația standard	[Q1 - Q3]

Testele parametrice

- Se aplică în cazul variabilelor cantitative sau calitative ordinale cu clase multiple
- Datele urmează distribuția normală
- Se pot aplica pentru a compara două sau mai multe grupuri, dependente sau independente

	Parametric	Neparametric
2 grupuri independente	Testul Z Testul student pentru grupuri independente (<i>Independent t-test</i>)	Testul Mann-Whitney
2 grupuri dependente	Testul student pentru grupuri dependente (<i>Paired t-test</i>)	Testul Wilcoxon
> 2 grupuri	ANOVA Independente: <i>One-way ANOVA</i> Dependente: <i>Repeated measurements ANOVA</i>	Independente: testul Kruskal-Wallis Dependente: testul Friedman
Corelația	Pearson	Spearman, Kendall, etc,
...

Compararea datelor
cantitative grupate prin
variabile calitative

Datele  respectă distribuția normală
(test Shapiro-Wilk sau Kolmogorov-
Smirnov cu $p > 0,05$)

Datele nu respectă distribuția normală
(test Shapiro-Wilk sau Kolmogorov-
Smirnov cu $p < 0,05$)

2 eșantioane
independente

2 eșantioane
perechi

> 2 eșantioane

Test Z ($n > 30$)

Student
pereche

ANOVA

Student ($n < 30$)

2 eșantioane
independente

Eșantioane
perechi

> 2 eșantioane

Mann-
Whitney-
Wilcoxon

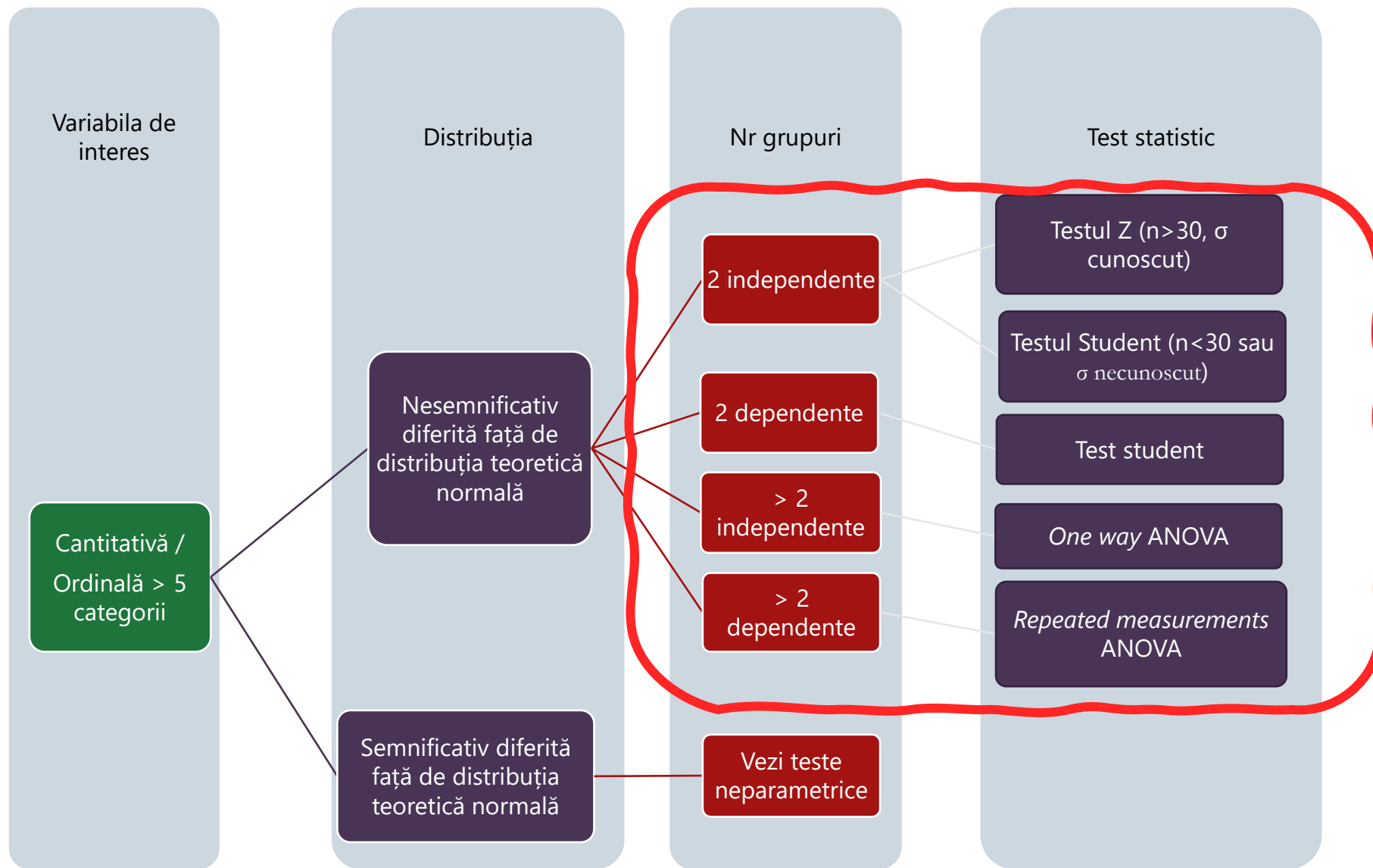
Wilcoxon
signed-rank

Kruskal-Wallis

Medii ale valorilor

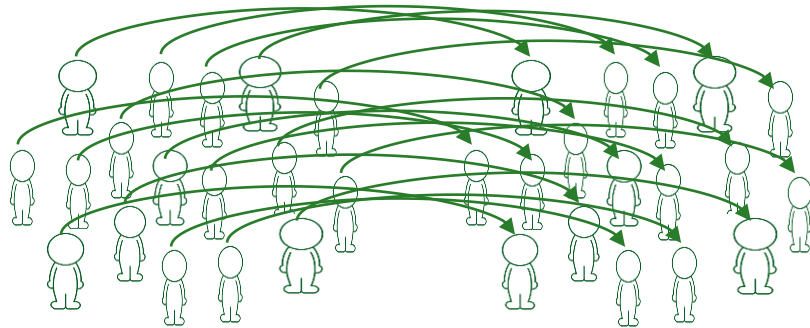
Teste parametrice

Teste neparametrice



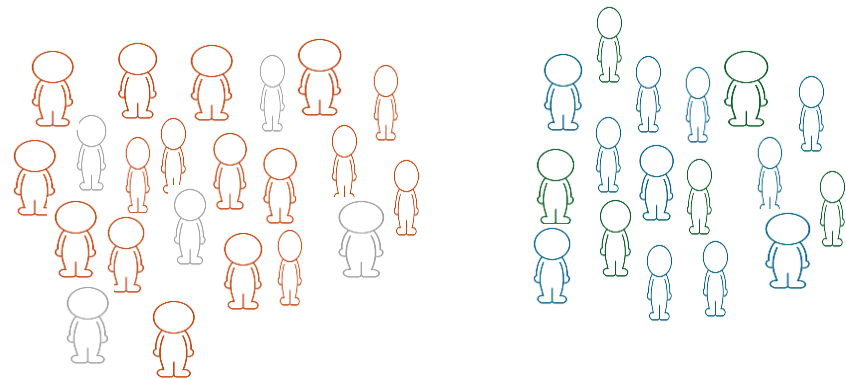
Obiective educaționale

Testarea mediilor pe două grupuri



Grupuri dependente

$$n_1 = n_2$$

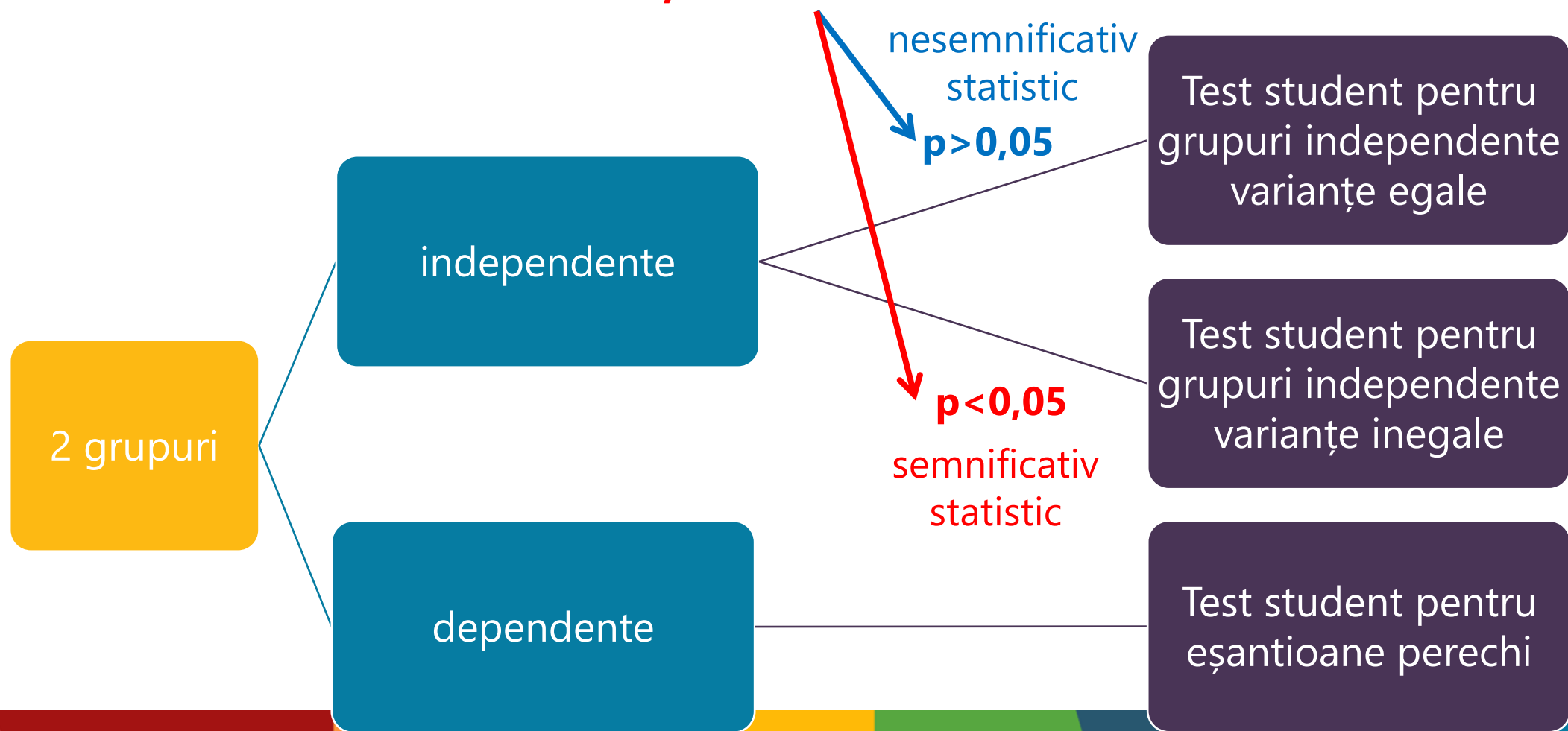


Grupuri independente

$$n_1 \neq n_2 \text{ sau } n_1 = n_2$$

Testarea mediilor pe 2 grupuri

Testăm varianțe (testul F, Levene, Bartlett)

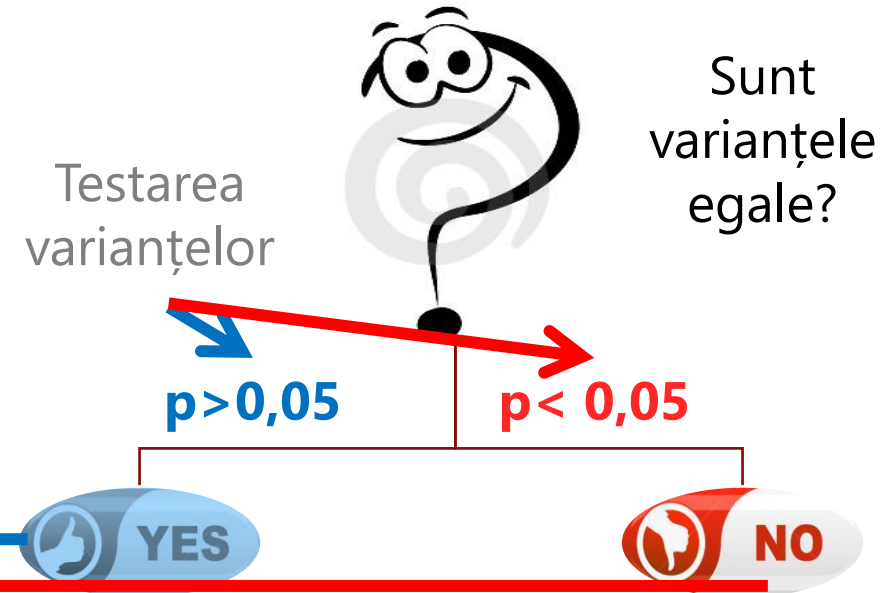
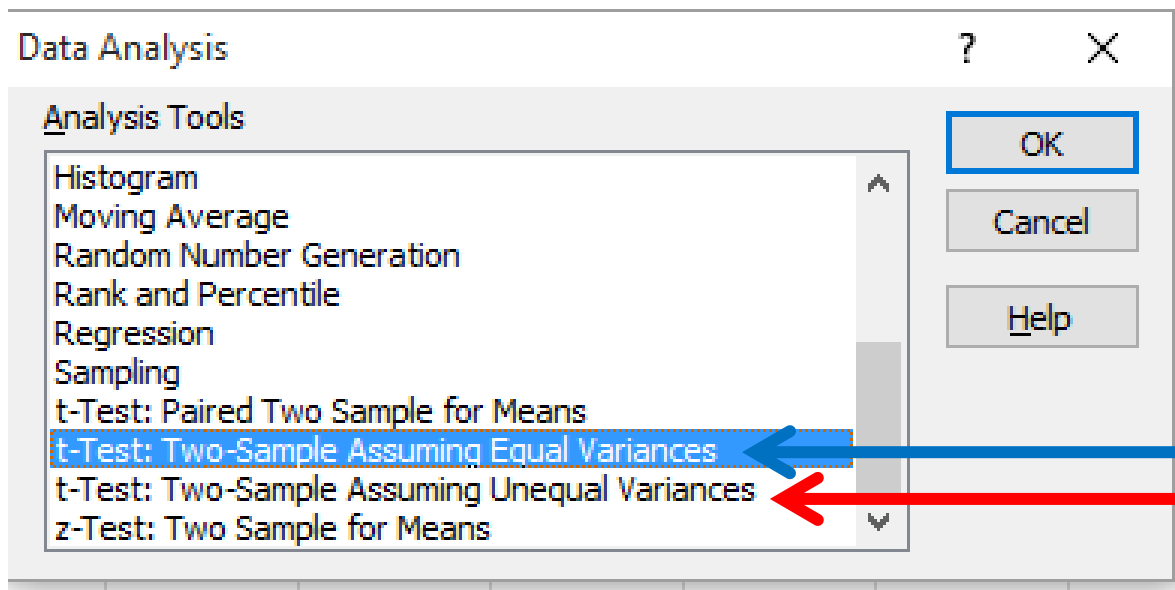


Testarea egalității varianțelor se face cu testul LEVENE sau BARTLETT (teste bazate pe statistica F)

$H_0: \sigma_1 = \sigma_2$ (Varianțele celor două populații nu sunt semnificativ diferite)

$H_1: \sigma_1 \neq \sigma_2$ (Varianțele celor două populații sunt semnificativ diferite)

Dacă varianțele nu sunt semnificativ statistic diferite ($p > 0,05$ – testarea varianțelor) atunci pot fi considerate egale → test student pentru eșantioane independente varianțe egale



Parametrul
populației

POPULAȚIA 1
(bărbați)

μ_1

POPULAȚIA 2
(femei)

Parametrul
populației

μ_2

Variabila de
interes **IMC**

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

SAU

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

SAU

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

Test
bilateral

Statistica
eșantionului

\bar{X}_2

Statistica
eșantionului

\bar{X}_1

Eșantion din POPULAȚIA 1

Eșantion din POPULAȚIA 2

Testul Z/t de comparare a mediilor

	Testul Z	Testul student
Condiții de aplicare	<ul style="list-style-type: none"> ❶ Independența: observațiile sunt independente și neperechi ❷ Distribuția datelor: datele sunt distribuite normal în fiecare grup ❸ Volumul eșantionului fiecărui grup: $n \geq 30$ 	<ul style="list-style-type: none"> ❶ Independența: observațiile sunt independente și neperechi ❷ Distribuția datelor: datele sunt distribuite normal în fiecare grup ❸ Volumul eșantionului fiecărui grup: < 30
Deviația standard	σ cunoscute	σ necunoscute
Ipoteze statistice	$\mu_1 = \mu_2 (H_0)$ vs. $\mu_1 \neq \mu_2 (H_1)$ SAU $\mu_1 - \mu_2 = 0 (H_0)$ vs. $\mu_1 - \mu_2 \neq 0 (H_1)$	$\mu_1 = \mu_2 (H_0)$ vs. $\mu_1 \neq \mu_2 (H_1)$ SAU $\mu_1 - \mu_2 = 0 (H_0)$ vs. $\mu_1 - \mu_2 \neq 0 (H_1)$
Statistica testului	$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	<div> $t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$ $s = \sqrt{\left[(n_1 - 1) s_1^2 + (n_2 - 1) s_2^2 \right] / (n_1 + n_2 - 2)}$ </div> <div> $t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$ </div>

Testatăm varianțele pentru a putea decide care test student pentru grupuri independente e corect a fi aplicat

Varianțe egale

Varianțe inegale

Scenariul 1

A fost realizat un studiu pentru a evalua o serie de caracteristici ale tinerilor între 18 și 25 de ani cu scolioză (100 pacienți, 35 bărbați). Pacienții incluși în studiu *nu erau frați* și aveau scolioză idiopatică (fără cauză cunoscută), neuromusculară (secundară unei boli neurologice sau musculare) sau congenitală. Pentru acești subiecți avem date referitoare la tipul scoliozei, sexul pacientului și IMC-ul (indicele de masă corporală). Nu se cunoaște variația indicelui de masă corporală în populația pacienților tineri cu scolioză de sex masculin și feminin.



Testul student pentru eșantioane independente

La pacienții tineri (18-25 ani) cu scolioză este IMC-ul diferit la bărbați și femei?

P

Media IMC (variabile de interes = IMC; variabila de grupare: Sex)

H

$H_0: \mu_B = \mu_F$ (Media IMC-ului la bărbații tineri cu scolioză NU este semnificativ diferită de media IMC-ului la femeile tinere cu scolioză)

H_1 (test bilateral): $\mu_B \neq \mu_F$ (Media IMC-ului la bărbații tineri cu scolioză este semnificativ diferită de media IMC-ului la femeile tinere cu scolioză)

A

❶ **Independența:** IMC-ul la bărbați e independent de IMC-ul la femei și datele nu sunt perechi (cei incluși în studiu nu sunt frați, nu provin din aceeași familie etc.)

❷ **Distribuția datelor:** bărbați ($p=0,3930$), femei ($p=0,3066$)

Pentru femei - H_0 : Distribuția IMC-ului femeilor tinere cu scolioză **NU** diferă semnificativ statistic de distribuția teoretică normală vs. H_1 : Distribuția IMC-ului femeilor tinere cu scolioză diferă semnificativ statistic de distribuția teoretică normală (Deoarece $p=0,3066 \rightarrow$ nu avem suficiente evidențe să respingem ipoteza nulă; considerăm că IMC-ul femeilor tinere cu scolioză urmează distribuția normală)

❸ **Volumul eșantionului fiecărui grup:** 35 bărbați și 65 femei

Testul student pentru eșantioane independente

La pacienții tineri (18-25 ani) cu scolioză este IMC-ul diferit la bărbați și femei?

N

$n \geq 30$ în ambele grupuri dar σ_1 și σ_2 necunoscute

→ nu e corect să aplicăm testul Z

→ e corect să aplicăm testul student pentru grupuri independente (întrebarea e care dintre cele două?)

Testarea varianțelor:

$H_0: \sigma_1 = \sigma_2$ (Varianțele IMC-ului la cele două populații - reprezentate de femei tinere cu scolioză și respectiv bărbați tineri cu scolioză - NU sunt semnificativ diferite)

$H_1: \sigma_1 \neq \sigma_2$ (Varianțele IMC-ului la cele două populații - reprezentate de femei tinere cu scolioză și respectiv bărbați tineri cu scolioză - sunt semnificativ diferite)

(test bilateral) **$p=0,8396$** → nu avem suficiente evidențe să respingem H_0 deci considerăm varianțele IMC-ului la cele două populații (femei și respectiv bărbați tineri cu scolioză) egale → vom testa mediile IMC-ului cu ajutorul **testului student pentru grupuri independente și varianțe egale**

Testul student pentru eșantioane independente

	F	M
media (DS)	25.64 (3.21)	26.93 (3.29)
n	65	35

La pacienții tineri (18-25 ani) cu scolioză este IMC-ul diferit la bărbați și femei?

T $t = (25.64 - 26.93) / (\sqrt{((65 - 1) * (3.21^2) + (35 - 1) * (3.29^2)) / (65 + 35 - 2)}) * \text{SQRT}(1/65 + 1/35)$

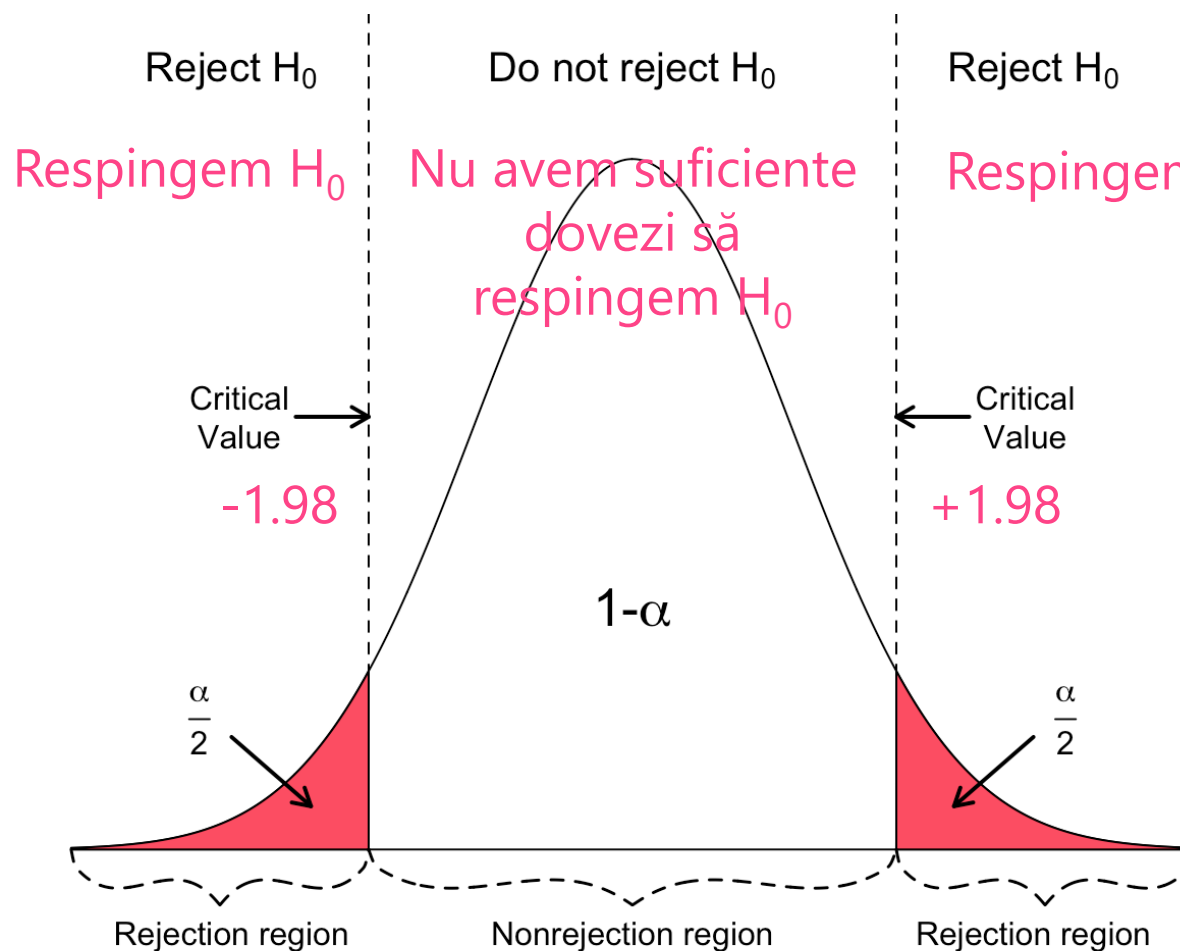
O $p = \text{T.DIST.2T}(\text{ABS}(T), df)$, unde T e statistica testului (-1.90) și df = numărul de grade de libertate ($df = n_1 + n_2 - 2 = 65 + 35 - 2 = 98$)
 $p = 0.0603$

t-Test: Two-Sample Assuming Equal Variances			
	IMC Femei	IMC bărbați	
Mean	25.64	26.93	media
Variance	10.30	10.84	variația
Observations	65	35	
Pooled Variance	10.49		
Hypothesized Mean Difference	0		
df	98		
t Stat	-1.90		statistica testului
P(T<=t) one-tail	0.0305		
t Critical one-tail	1.66		
P(T<=t) two-tail	0.0610		probabilitatea asociată statisticii testului
t Critical two-tail	1.98		valoarea critică pentru testul bilateral

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$s = \sqrt{\left[(n_1 - 1) s_1^2 + (n_2 - 1) s_2^2 \right] / (n_1 + n_2 - 2)}$$

Testul student pentru eșantioane independente



La pacienții tineri (18-25 ani) cu scolioză este IMC-ul diferit la bărbați și femei?

M

Regiunea de respingere:
 $(-\infty; -t_{df,\alpha/2}] \cup [+t_{df,\alpha/2}; +\infty)$, unde df = numărul de grade de libertate, α = pragul de semnificație

$t = -1,90$ nu aparține regiunii de respingere $((-\infty; -1,98] \cup [+1,98; +\infty)) \rightarrow$ nu avem suficiente evidențe să respingem H_0

Probabilitatea asociată statistici testului comparată cu α

$p = 0.0610 > 0.05 \rightarrow$ nu avem suficiente evidențe să respingem H_0 (rezultatul este cu o tendință spre semnificație statistică)

S

Media IMC-ului la femeile tinere cu scolioză nu diferă semnificativ statistic de media IMC-ului la bărbații tineri cu scolioză

Scenariul 2

A fost realizat un studiu pentru a evalua dacă vârsta pacienților cu rezultat pozitiv la biopsia de prostată diferă semnificativ de vârsta pacienților cu biopsie negativă. Au fost raportate următorii indicatori descriptivi:

Biopsie	media	s	n
Negativă	64.59	9.21	206
Pozitivă	67.14	6.50	95



Testul student pentru eșantioane independente

Vârsta și biopsia de prostată

P

Media vârstei (variabile de interes = vârsta; variabila de grupare: rezultatul la biopsia de prostată – pozitiv/negativ)

H

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ (vârsta medie a subiecților cu biopsie pozitivă **nu** diferă semnificativ de vârsta medie a subiecților cu biopsie negativă)

H_1 (test bilateral): $\mu_1 \neq \mu_2$ (vârsta medie a subiecților cu biopsie pozitivă diferă semnificativ de vârsta medie a subiecților cu biopsie negativă)

A

❶ **Independența**: un pacient este ori în grupul celor cu biopsie pozitivă ori în grupul celor cu biopsie negativă

❷ **Distribuția datelor**: vârsta celor cu biopsie pozitivă ($p > 0.05$), vârsta celor cu biopsie negativă ($p > 0.05$)

Pentru cei cu biopsie negativă - H_0 : Distribuția vârstei pacienților cu rezultat negativ la biopsia de prostată **NU** diferă semnificativ statistic de distribuția teoretică normală vs. H_1 : Distribuția vârstei pacienților cu rezultat negativ la biopsia de prostată diferă semnificativ statistic de distribuția teoretică normală .

(Deoarece $p > 0.05 \rightarrow$ nu avem suficiente evidențe să respingem ipoteza nulă; considerăm că vârstei pacienților cu rezultat negativ la biopsia de prostată urmează distribuția normală)

❸ **Volumul eșantionului fiecărui grup**: 905 biopsie pozitivă și 95 biopsie negativă

Testul student pentru eșantioane independente

Vârsta și biopsia de prostată

N

$n \geq 30$ în ambele grupuri dar σ_1 și σ_2 necunoscute

→ nu e corect să aplicăm testul Z

→ e corect să aplicăm testul student pentru grupuri independente (întrebarea e care dintre cele două?)

Group name:	Group-1	Group-2
Sample SD (S):	9.21	6.5
Sample size (n):	206	95

Testarea varianțelor:

$p = 0.0002 < 0.05 \rightarrow$ avem suficiente evidențe să respingem H_0 deci considerăm varianțele vârstei la cele două populații (subiecți cu biopsie pozitivă și subiecți cu biopsie negativă) inegale \rightarrow vom testa mediile vârstei cu ajutorul **testului student pentru grupuri independente și varianțe inegale**

Testul student pentru eșantioane independente

Biopsie	media	s	n
Negativă	64.59	9.21	206
Pozitivă	67.14	6.50	95

Vârsta și biopsia de prostată

T

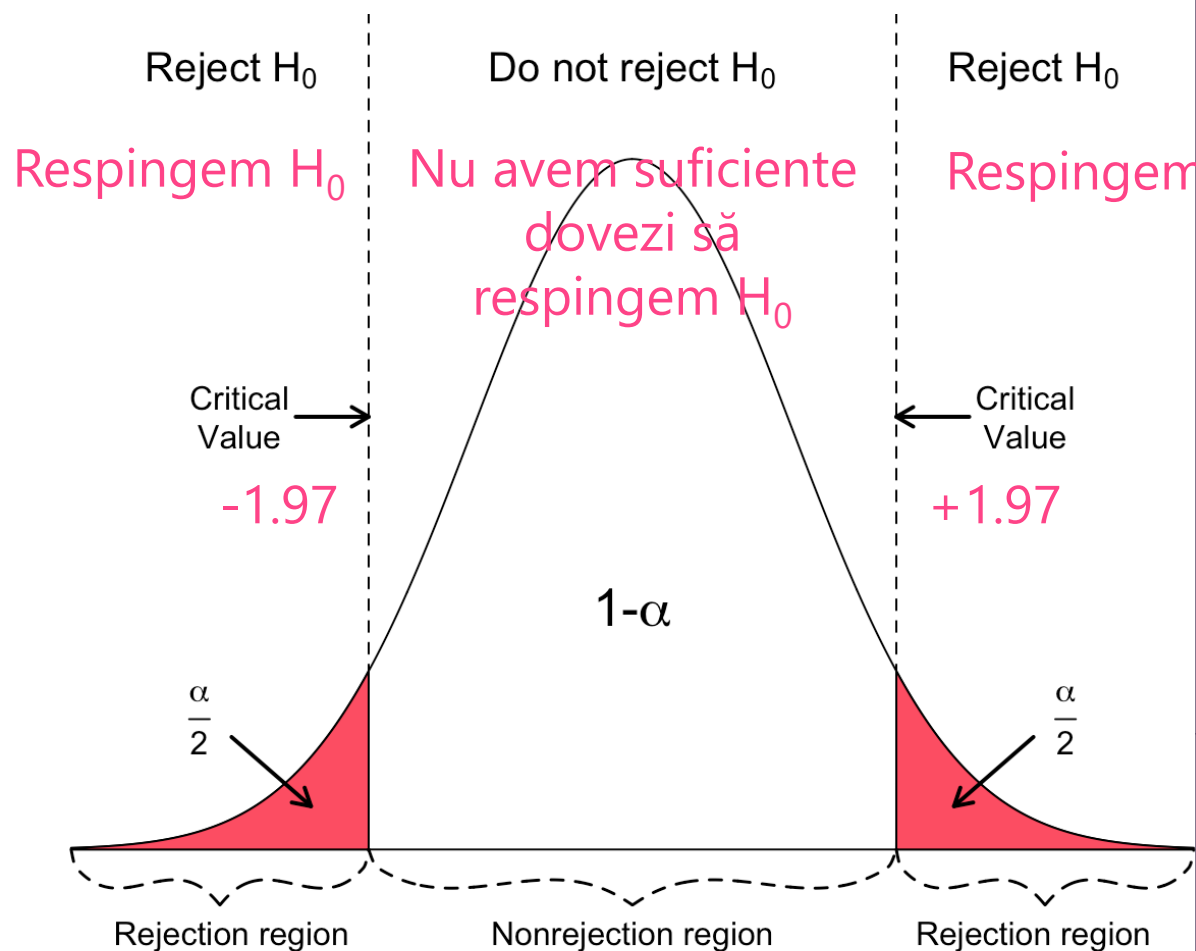
$$t = (67.14 - 64.59) / \text{SQRT}(6.5^2/95 + 9.21^2/206) = 2.76$$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

O

=T.DIST.2T(t,df), unde t ← statistica testului (2.76) și df = numărul de grade de libertate (df = n₁+n₂-2 = 95+206-2)
p=0.0062

Testul student pentru eșantioane independente



La pacienții tineri (18-25 ani) cu scolioză este IMC-ul diferit la bărbați și femei?

M

Regiunea de respingere:
 $(-\infty; -t_{df,\alpha/2}] \cup [t_{df,\alpha/2}; +\infty)$, unde df = numărul de grade de libertate, α = pragul de semnificație

$t=2.76$ aparține regiunii de respingere $((-\infty; -1.97] \cup [1.97; +\infty)) \rightarrow$ avem suficiente evidențe să respingem H_0

Probabilitatea asociată statistici testului comparată cu α

$p=0.0062 < 0.05 \rightarrow$ avem suficiente evidențe să respingem H_0 (rezultatul este semnificativ statistic)

S

Media vârstei pacienților cu rezultat pozitiv la biopsia prostatică diferă semnificativ statistic de media vârstei pacienților cu rezultat negativ la biopsia prostatică

Scenariul 3

S-a evaluat efectul unei diete asupra greutateii corporale la un eșantion 30 subiecți cu $IMC \geq 25 \text{ kg/m}^2$.



Testul student pentru eșantioane dependente

Efectul Dietei asupra greutateii corporale

P	Media greutateii corporale (2 evaluări perechi, înainte și la 3 luni de la inițierea dietei)
H	Test bilateral $H_0: \mu_{\text{inițiere}} = \mu_{3\text{luni}}$ (Dieta nu are nici un efect asupra greutateii corporale) H_1 (test bilateral): $\mu_{\text{inițiere}} \neq \mu_{3\text{luni}}$ (Dieta are efect asupra greutateii corporale)
A	<ul style="list-style-type: none">❶ Independența: Un pacient e inclus o singură dată în eșantion❷ Distribuția datelor: Distribuția greutateii, atât la includerea în studiu cât și în 3 luni de la inițierea dietei, nu e semnificativ diferită de distribuția teoretică normală ($p=0.6004$ pentru greutatea la includerea în studiu, $p=0.4898$ pentru greutatea la 3 luni de la inițierea dietei; test Shapiro Wilk)❸ Grupurile sunt perechi: pentru fiecare pacient avem o evaluare a greutateii la includerea în studiu și o evaluare la 3 luni

Testul student pentru eșantioane dependente

Paired t Test

Denote the test statistic $\bar{d}/(s_d/\sqrt{n})$ by t , where s_d is the sample standard deviation of the observed differences:

$$s_d = \sqrt{\left[\sum_{i=1}^n d_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n d_i \right)^2 / n \right] / (n-1)}$$

n = number of matched pairs

Efectul dietei asupra greutateii corporale

N	$n \geq 30$ în ambele grupuri + grupuri perechi → e corect să aplicăm testul student pentru grupuri dependente
T	Media diferenței = 9.63 kg ($\text{Greutate}_b - \text{Greutate}_{3l}$) unde b = baseline (inițial), $3l$ = 3 luni Deviația standard a diferenței = 8.62 $t = 9.63 / (8.62 / \sqrt{30}) = 6.12$
O	$p = \text{T.DIST.2T}(\text{ABS}(T), df)$, unde t = statistica testului (6.12) și df = numărul de grade de libertate ($df = n - 1 = 30 - 1 = 29$) $p = 0.0000012 \rightarrow p < 0.0001$

Testul student pentru eșantioane dependente

Paired t Test

Denote the test statistic $\bar{d}/(s_d/\sqrt{n})$ by t , where s_d is the sample standard deviation of the observed differences:

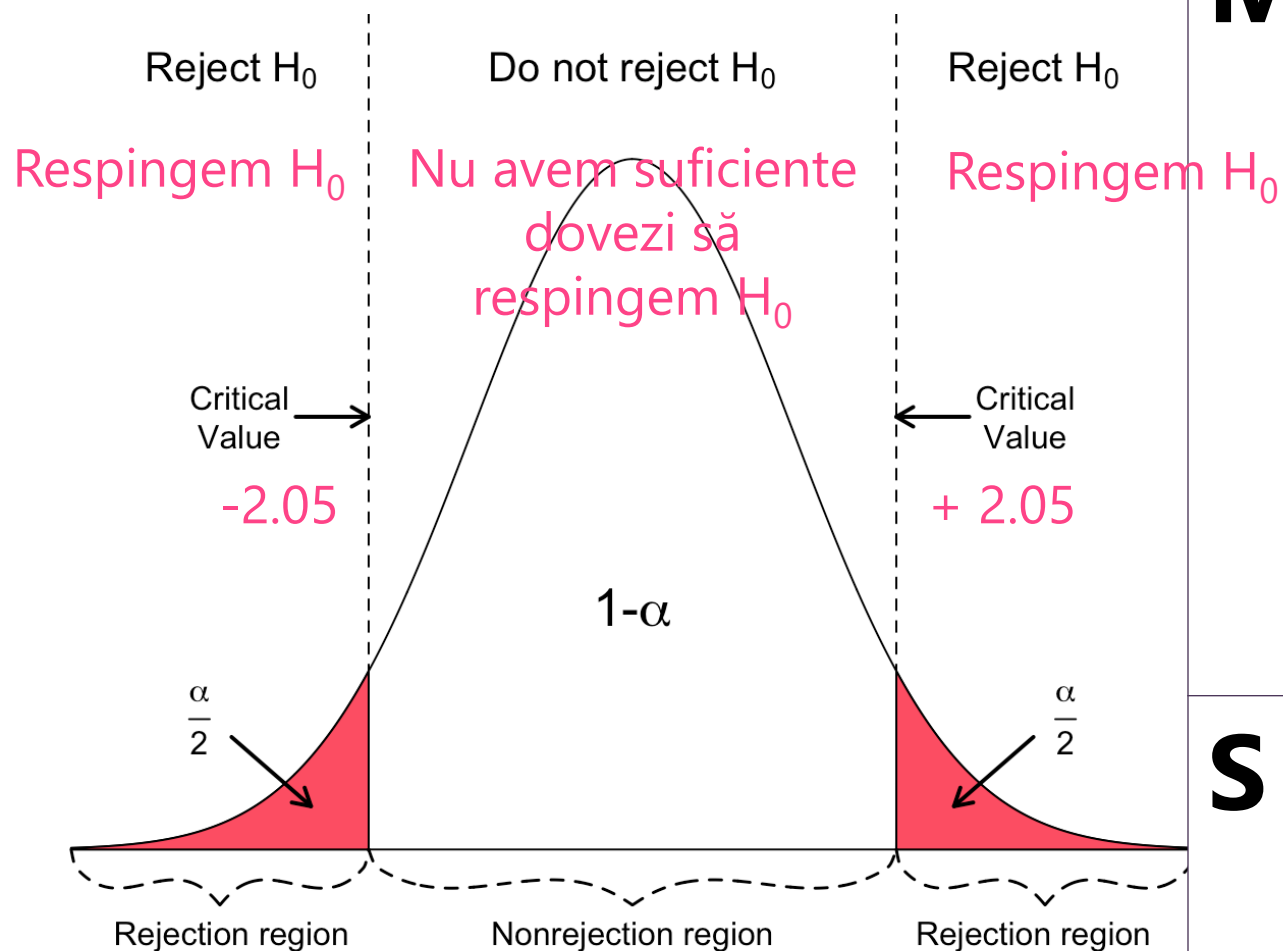
$$s_d = \sqrt{\left[\sum_{i=1}^n d_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n d_i \right)^2 / n \right] / (n-1)}$$

n = number of matched pairs

t-Test: Paired Two Sample for Means			
	<i>GreutateB</i>	<i>Greutate3l</i>	
Mean	113.90	104.27	media
Variance	117.75	140.96	variația
Observations	30	30	
Pearson Correlation	0.72		
Hypothesized Mean Difference	0		H0: $\mu_{dif} = 0$
df	29		grade de libertate
t Stat	6.12		statistica testului
P(T<=t) one-tail	5.76E-07		
t Critical one-tail	1.70		
P(T<=t) two-tail	1.15E-06		probabilitatea asociată statistici testului - test bilateral
t Critical two-tail	2.05		valoarea critică pentru testul bilateral

Microsoft Excel

Testul student pentru eșantioane independente



Efectul dietei asupra greutateii corporale

M

Regiunea de respingere:
 $(-\infty; -t_{df,\alpha/2}] \cup [+t_{df,\alpha/2}; +\infty)$, unde df = numărul de grade de libertate, α = pragul de semnificație

$t=6.12$ aparține regiunii de respingere $((-\infty; -2.05] \cup [+2.05; +\infty)) \rightarrow$ avem suficiente evidențe să respingem H_0

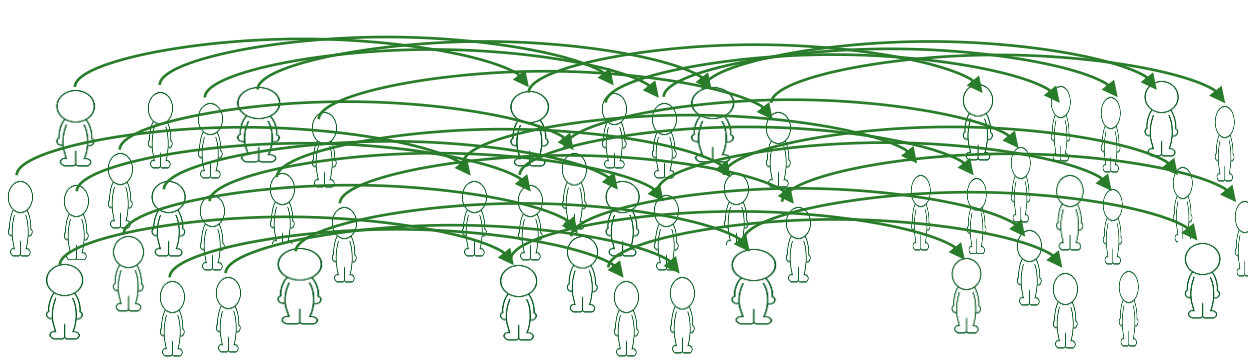
Probabilitatea asociată statistici testului comparată cu α

$p < 0.0001 < 0.05 \rightarrow$ avem suficiente evidențe să respingem H_0 (rezultatul este foarte înalt semnificativ statistic)

S

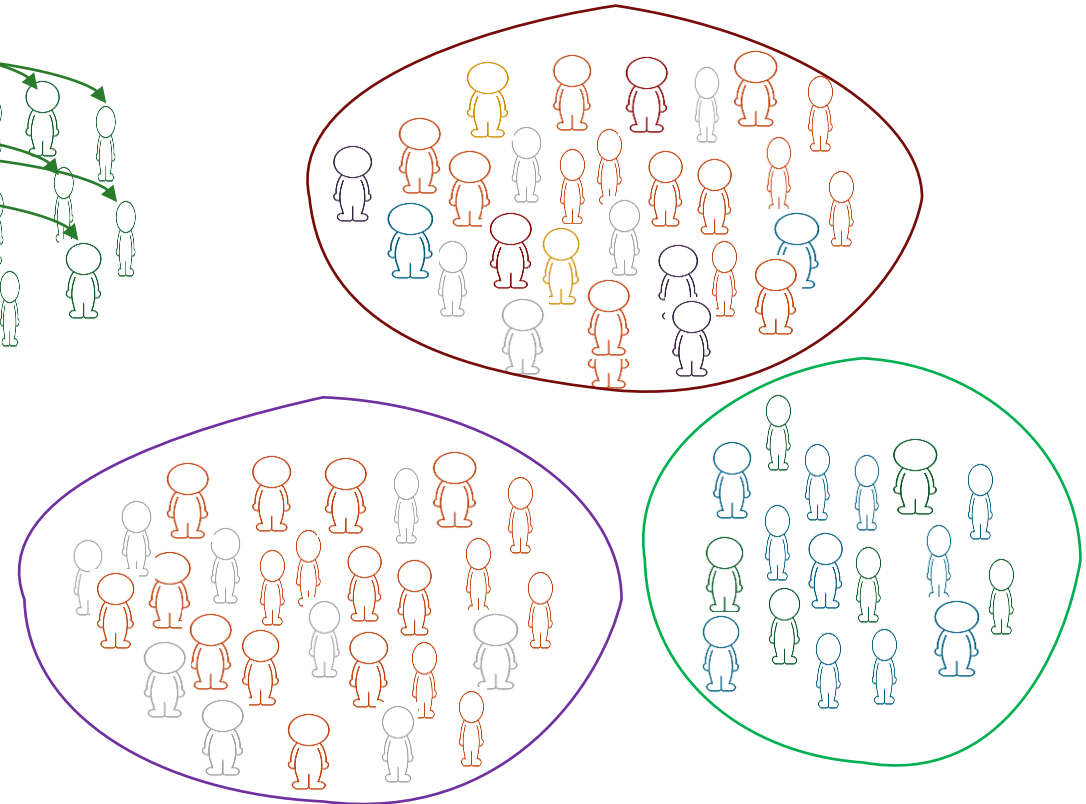
Media greutateii la 3 luni de la inițierea dietei este semnificativ statistic diferită de media greutateii la inițierea dietei \rightarrow dieta are efect asupra greutateii corporale

Testarea mediilor pe mai mult de două grupuri



Grupuri dependente

$$n_1 = n_2 = n_3$$



Grupuri independente

$n_1 \neq n_2 \neq n_3$ sau orice alternativă

Scenariul 4

S-a evaluat efectul unei diete asupra greutateii corporale la un eșantion 30 subiecți cu indice de masa corporală mai mare de 25 kg/m^2 . S-a măsurat greutatea corporală înainte de a începe dieta, la 3 luni și respectiv la 1 an.



Testul ANOVA pentru eșantioane/grupuri dependente

Minim 3 grupuri

Efectul Dietei asupra greutateii corporale

P Media greutateii corporale (3 evaluări perechi, înainte, la 3 luni și la un an de la inițierea dietei)

H **Test bilateral**
 $H_0: \mu_{\text{inițiere}} = \mu_{3\text{luni}} = \mu_{1\text{an}}$ (Mediile greutăților la măsurarea diferitelor momente **NU** sunt semnificativ statistic diferite)
 H_1 (test bilateral): $\mu_{\text{inițiere}} \neq \mu_{3\text{luni}} \neq \mu_{1\text{an}}$ (Mediile greutăților la măsurarea diferitelor momente sunt semnificativ statistic diferite)

A

- ❶ **Independența:** pentru fiecare pacient s-a măsurat greutatea o singură dată per evaluare.
- ❷ **Distribuția datelor:** Distribuțiile greutății nu sunt semnificativ diferite de distribuția teoretică normală ($p=0.6004$ pentru greutatea la includerea în studiu, $p=0.4898$ pentru greutatea la 3 luni de la inițierea dietei; $p=0.5276$ la 1 an; test Shapiro Wilk)
- ❸ **Grupurile sunt perechi:** pentru fiecare pacient avem o evaluare a greutății la includerea în studiu, o evaluare la 3 luni și o evaluare la 1 an

$$F = \frac{\text{variabilitatea \textit{int re grupuri}}}{\text{variabilitatea in grupuri}}$$

Testul ANOVA pentru eşantioane/grupuri dependente

Efectul dietei asupra greutateii corporale	
N	$n \geq 30$ în ambele grupuri + grupuri perechi → e corect să aplicăm testul ANOVA pentru grupuri dependente
T	$F = 4.80$
O	$P = 0.0105$

Testul ANOVA pentru grupuri dependente

Microsoft Excel

Anova: Single Factor						
SUMMARY						
Groups	Count	Sum	Average	Variance		
GreutateB	30	3417	113.90	117.7483		
Greutate3l	30	3128	104.27	140.9609		
Greutate1an	30	3214	107.13	200.1195		
ANOVA						
Source of Variation	SS	df	MS	F	P-value	F crit
Between Groups	1468.067	2	734.0333	4.80	0.010539	3.10
Within Groups	13306.03	87	152.9429			
Total	14774.1	89				

Grade de libertate

df1

df2

Probabilitatea asociată

Statistica testului

Valoarea critică ($\alpha=0.05$)

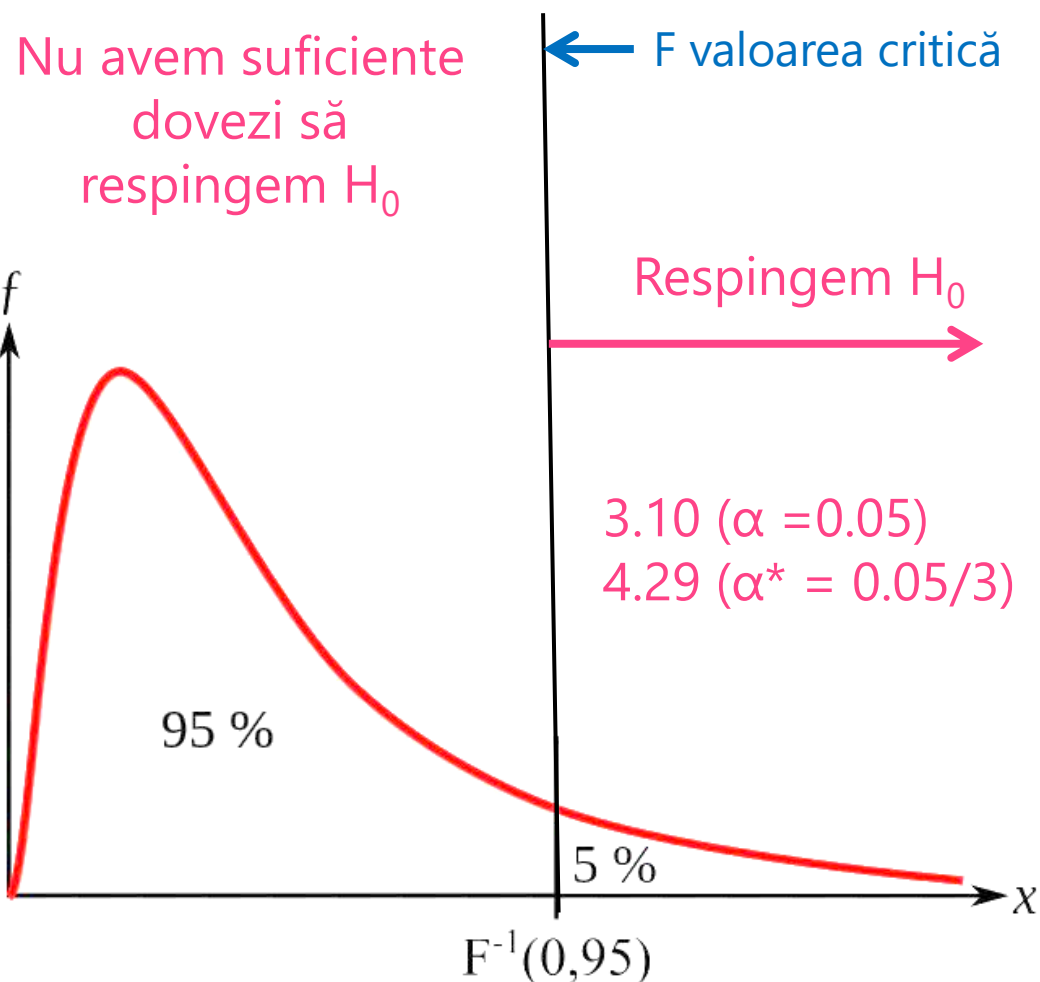
Probabilitatea asociată statisticii testului

Grade de libertate

df1

df2

ANOVA



Efectul dietei asupra greutateii corporale

M

Regiunea de respingere:

$[F_{df1, df2, \alpha} + \infty)$, unde df = numărul de grade de libertate ($df1 = \text{nr. grupuri} - 1 = 3 - 1 = 2$, $df2 = \text{nr. observații} - \text{nr. grupuri} = 30 \cdot 3 - 3 = 87$), α = pragul de semnificație

$F=4.80$ aparține regiunii de respingere $[4.29; +\infty) \rightarrow$ avem suficiente evidențe să respingem H_0

Probabilitatea asociată statistici testului comparată cu α

$P=0.0105 < \alpha^* (0,05/K, \text{unde } K = \text{numărul de comparații } (K=k \cdot (k-1)/2, \text{unde } k = \text{numărul de grupe}) = 0.05/3 = 0.017$

\rightarrow avem suficiente evidențe să respingem H_0 (rezultatul este semnificativ statistic)

S

Mediile greutății sunt semnificativ diferite (nu știm între care grupuri avem diferențe semnificative statistic – **analiza post-hoc**) \rightarrow dieta are efect asupra greutății corporale

Scenariul 5

Este nivelul seric al colesterolului diferite la pacienții normoponderali față de cei supraponderali sau cu obezitate?

S-a evaluat colesterolul total și pacienți normoponderali, supraponderali și respectivi obezi:

	\bar{X}	S	n
Normoponderali	183	29	56
Supraponderali	187	37	50
Obezi	212	35	55
	194	36	161

Testul ANOVA pentru eșantioane/grupuri independente

Minim 3 grupuri

Colesterolul total și clasa indicelui de masă corporală

- | | |
|----------|---|
| P | Media colesterolului în populația celor care sunt normoponderali, supraponderali și respectiv obezi |
| H | Test bilateral
$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ (Media colesterolului este aceeași între clasele de IMC)
$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$ (Media colesterolului nu este aceeași între clasele de IMC) |
| A | ❶ Independența: minim 3 grupuri independente
❷ Distribuția datelor: colesterolul urmează distribuția normală în fiecare clasă de IMC
❸ Varianțele sunt egale: test Bartlett sau Levene (similar cu testul F din Excel) |

Testul ANOVA pentru eșantioane/grupuri independente

Colesterolul total și clasa indicelui de masă corporală

N

$n \geq 30$ în ambele grupuri + grupuri independente → e corect să aplicăm testul ANOVA pentru grupuri independente

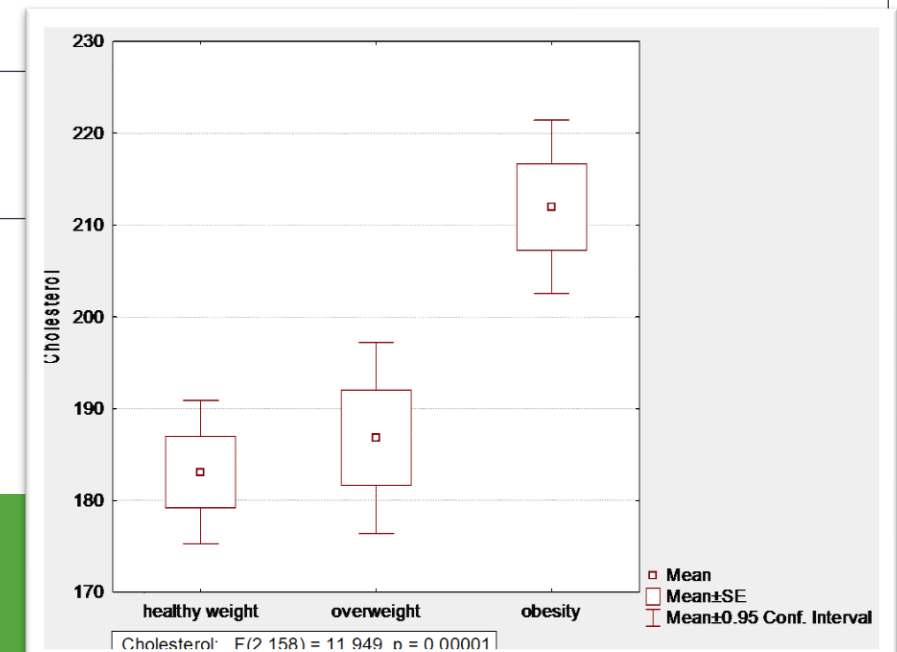
T

$F = 11.95$

O

$P = 0.000015 \rightarrow$ citim $p < 0.0001$

Effect	SS	Degr. of Freedom	MS	F	p
Intercept	6041798	1	6041798	5349.605	0.000000
BMI class	26990	2	13495	11.949	0.000015
Error	178444	158	1129		



ANOVA

Colesterolul total și clasa indicelui de masă corporală

M

Probabilitatea asociată statistici testului comparată cu α
 $P=0.000015 < \alpha^*$ ($0.05/K$, unde K = numărul de comparații ($K=k*(k-1)/2$, unde k = numărul de grupe) = $0.05/3 = 0.017$)

→ avem suficiente evidențe să respingem H_0 (rezultatul este foarte înalt semnificativ statistic)

S

Mediile colesterolului sunt semnificativ diferite pentru diferitele clase de IMC (nu știm între care grupuri avem diferențe semnificative statistic – **analiza post-hoc**)

Bonferroni test; variable Cholesterol (Spreadsheet4)					
Probabilities for Post Hoc Tests					
Error: Between MS = 1129.4, df = 158.00					
Cell No.	BMI class	{1}	{2}	{3}	
1	healthy weight	183.09	186.82	211.96	
2	overweight	1.000000	1.000000	0.000035	
3	obesity	0.000035	0.000556	0.000556	

Test Student grupuri dependente (coloane) și independente

Table 2: The values of blood pressures and heart rates prior to and after the treatment with metoprolol and nebivolol in the study

	Total (<i>n</i> = 60)	Metoprolol (<i>n</i> = 30)	Nebivolol (<i>n</i> = 30)	<i>P</i> value
Systolic blood pressure (mm/Hg)				
Before	152.1 ± 4.9	151.3 ± 3.6	152.8 ± 5.9	0.27**
After	136.4 ± 10.9	134.9 ± 10.5	137.8 ± 11.3	0.3**
<i>P</i> value	<0.001*	<0.001*	<0.001*	
Diastolic blood pressure (mm/Hg)				
Before	91.7 ± 3.9	91.1 ± 3.7	92.3 ± 4.1	0.25**
After	82.6 ± 7.1	82.4 ± 6.7	82.7 ± 7.3	0.87**
<i>P</i> value	<0.001*	<0.001*	<0.001*	
Heart rate (pulse/min)				
Before	75.7 ± 5.7	75.2 ± 5.7	76.2 ± 5.7	0.5**
After	70.2 ± 5.4	70.3 ± 5.8	70.1 ± 5.1	0.87**
<i>P</i> value	<0.001*	<0.001*	<0.001*	
Achieved targeted blood pressure (<i>n</i> , %)	37 (61.6)	19 (63.3)	18 (60)	0.5***

* Paired *t*-test; **independent samples *t*-test; ***chi-square test.

ANOVA grupuri independente

Tabla II
Comparación según estado nutricional

<i>Características</i>	<i>Bajo peso</i> (n = 5) 3,27%	<i>Normopeso</i> (n = 94) 61,44 %	<i>Sobrepeso</i> (n = 42) 27,45%	<i>Obesidad</i> (n = 12) 7,84%	<i>Valor de P</i>
Edad	19,40±3,130	20,12±2,75	20,02±2,19	20,58±6,08	0,121
IMC	17,67±0,64	22,65±1,67	26,92±1,36	32,64±2,04	0,000
Contorno Cintura	74,60±10,74	82,30±6,76	91,72±7,65	99,56±9,10	0,000
Colesterol	182,02±35,91	189,99±33,59	195,77±33,64	215,12±34,81	0,108
Triglicéridos	62,60±10,92	75,36±25,67	78,67±29,72	76,11±20,28	0,613
cHDL	51,76±16,50	47,66±11,39	42,42±9,07	43,90±6,14	0,057
cLDL	117,74±30,55	127,34±24,26	136,34±31,72	148,75±26,08	0,051
Glicemia	89,80±7,16	92,68±8,24	92,95±7,32	96,50±6,16	0,330
Presión Sistólica	105,00 ± 8,66	103,78±13,29	107,86±11,16	115,00±12,08	0,021
Presión Diastólica	64,00 ± 8,94	65,00±8,55	68,69±8,34	71,25±6,34	0,025

Los valores mostrados como media ±SD. Los valores de p < 0, 05 son considerados estadísticamente significativos.



Compararea mediilor se face doar în cazul variabilelor cantitative sau calitative ordinale cu clase multiple ce urmează o distribuție aproximativ normală.

Testul Z sau t se utilizează pentru a compara două grupuri.

Dacă grupurile sunt independente, înaintea comparării mediilor trebuie să testăm varianțele.

Nu testăm varianțele dacă eșantioanele/grupurile sunt dependente/perechi.

Utilizăm testul ANOVA pentru a compara mai mult de două eșantioane/grupuri fiecare cu date normal distribuite.